



1h30

D.S.T. de mathématiques

Mardi 9 septembre 2014

Prénom et NOM :

Seconde :

Calculatrice interdite.

Veillez répondre sur cette feuille et effectuer les calculs intermédiaires au brouillon.

Le signe « \cup » indique que l'exercice était déjà présent dans l'un des D.S.T. précédents.

Calcul numérique 20pts

1- Calcul numérique. 14pts.

Calculer. Si le nombre n'existe pas, mettre une croix. Si l'expression est irréductible, écrire « irr. »

| | |
|--|----|
| $2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{14}{18}$ | 1 |
| $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$ | -1 |
| $\frac{6}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$ | 1 |
| $\frac{-\frac{14}{125} \times \left(\frac{-75}{49}\right)}{-\frac{128}{12} \times \frac{9}{24}} \times \frac{70}{3}$ | -1 |
| $-(-1)^{-1}$ | 1 |
| $5^2 \times (-5^{-2})$ | -1 |
| 0^{-1} | × |

| | |
|--|-------------|
| $\sqrt{12} - \sqrt{27}$ | $-\sqrt{3}$ |
| $\frac{\sqrt{27}}{3}$ | $\sqrt{3}$ |
| $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ | irr. |
| $\frac{1}{2}\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ | 3 \cup |
| $\left(\frac{6 + \sqrt{12}}{2} - 3\right)^2$ | 3 |
| $(\sqrt{2} + 2)^2 - 4\left(\sqrt{2} + \frac{3}{4}\right)$ | 3 |
| $\left(\frac{1 - \sqrt{2}}{2} - \frac{1 + \sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1$ | 3 |

2- Calcul numérique élaboré. 6pts.

Calculer astucieusement.

| | |
|---|-----------------------|
| $\frac{10}{21} \times \frac{144}{15} - \frac{10}{21} \times \frac{151}{15}$ | $-\frac{2}{9}$ \cup |
| $(-1)^{(2013^{2014})}$ | -1 |
| $\left[(-1)^{2013}\right]^{2014}$ | 1 |

| | |
|---------------------------------------|---|
| $\frac{\sqrt{3^{10}}}{3^4}$ | 3 |
| $\frac{2^9 \times 5^8}{10^8}$ | 2 |
| $\frac{2015^2 - 2014^2}{2015 + 2014}$ | 1 |

Calcul algébrique

36pts

3- Réductions. 8pts.

Réduire lorsque c'est possible. Si ce n'est pas possible, écrire « Irr. », pour « irréductible ».

| | |
|--|------|
| $3a^2 - 2a^3$ | Irr. |
| $(2a^3) \times (-3a^2) + (3a^3) \times (2a^2)$ | 0 |

| | |
|--|--------------------------------------|
| $a^3 - 5 - 2a^3 + 15 - 2 \times 5 + a^3$ | 0 |
| $\frac{1+2a^2}{2} - \frac{2a^2-1}{2}$ | 1 ⊖ |

4- Développements. 12pts.

Donner la forme développée, réduite et ordonnée selon les puissances décroissantes de x .

| | |
|------------------------------|---------------------------------------|
| $3x - 3x(-1 + 3x) + 9x^2$ | 6x ⊖ |
| $(1 - x + x^2 - x^3)(1 + x)$ | 1 - x ⁴ |

| | |
|------------------------------|---|
| $x(3x - 4) + 2 - 2(x - 1)^2$ | x ² ⊖ |
| $(x + 1)(x + 2)(x - 3)$ | x ³ - 7x - 6 |

5- Factorisations. 12pts.

Factoriser le plus possible. Bien entendu, réduire chaque facteur.

| | |
|---------------------------------------|--|
| $(x - 1)(-3x - 1) - (x - 1)(-4x - 2)$ | $(x - 1)(x + 1)$ |
| $x^3 - x$ | $x(x - 1)(x + 1)$ |
| $2x^2 - 4x + 2$ | $2(x - 1)^2$ |
| $9x^2 - 4(x - 1)^2$ | $(x + 2)(5x - 2)$ ⊖ |

6- Spécifications. 4pts.

Calculer pour les valeurs de x indiquées.

| | | |
|------------------------------|---------------|---------------|
| Lorsque x vaut : | $\frac{1}{2}$ | -2 |
| $\frac{1+x^3}{1-x^2}$ vaut : | $\frac{3}{2}$ | $\frac{7}{3}$ |

Résolutions

24pts

- 7- Solutions d'une équation ou d'une inéquation. 6pts. Si le nombre est solution, mettre une croix dans la case, sinon, ne rien écrire.

| | -1 | 1 | 2 |
|----------------------|----|---|---|
| $x^3 + 3x^2 = x + 3$ | × | × | |
| $2 - x^2 > 0$ | × | × | |

- 8- Résolutions d'équations. 6pts. Indiquer la ou les solutions.

| | |
|-------------------------------------|---------|
| $\frac{x}{2} + 3 = 1 + \frac{x}{3}$ | -12 |
| $\frac{(x+1)(2x-6)}{x+2} = 0$ | -1 et 3 |

- 9- Résolutions d'inéquations. 6pts. Représenter en couleur l'ensemble des solutions sur la droite graduée.

| | |
|---------------------------|--|
| $1 + x \geq -1 - 3x$ | |
| $\frac{x}{-2} \geq 3 + x$ | |

- 10- Résolution d'un système. 6pts.

| | x= | y= |
|---|---------------|---------------|
| $\begin{cases} 3x + 6y = 6 \\ -2x + 4y = 2 \end{cases}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{4}$ |

Divers

20pts

11- Mises en équation. 20pts. Mettre le problème en équation et résoudre. Choisissez votre inconnue, dites ce qu'elle représente, écrivez l'équation, donnez sa solution et donnez ensuite la réponse à la question, qui n'est pas forcément la solution de l'équation.

- a) Considérons un triangle isocèle dont les angles à la base sont chacun le double de l'angle au sommet. Quel est l'angle au sommet ?
- b) Léa a eu trois notes : une première note, une seconde qui est d'un point supérieure à la première et une troisième qui est le double de la seconde. La moyenne de ces trois notes est 11. Quelles sont les trois notes de Léa ?
- c) Considérons deux entiers consécutifs. La différence de leurs carrés est 123456789. Quels sont ces entiers ?
- d) Un jardin a une forme rectangulaire. Il a vingt mètres de plus dans la longueur que dans la largeur. Le périmètre du jardin est de 360 m. Quelle est l'aire de ce jardin ?

| | Nom de l'inconnue | Que représente l'inconnue ? | Équation | Solution | Réponse |
|----|-------------------|---|-------------------------------------|----------|----------------------|
| a) | x | La mesure en degré de l'angle au sommet | $x + 2x + 2x = 180$ | 36 | 36° |
| b) | x | La première note de Léa | $\frac{x + (x+1) + 2(x+1)}{3} = 11$ | 7,5 | 7,5 ; 8,5 et 17 |
| c) | n | Le plus petit des deux entiers | $(n+1)^2 - n^2 = 123456789$ | 61728394 | 61728394 et 61728395 |
| d) | x | Largeur, en m | $2x + 2(x+20) = 360$ | 80 | 8000 m^2 |